

Genauigkeit von Gleichstrommessungen bis 20 kA im ppm-Bereich

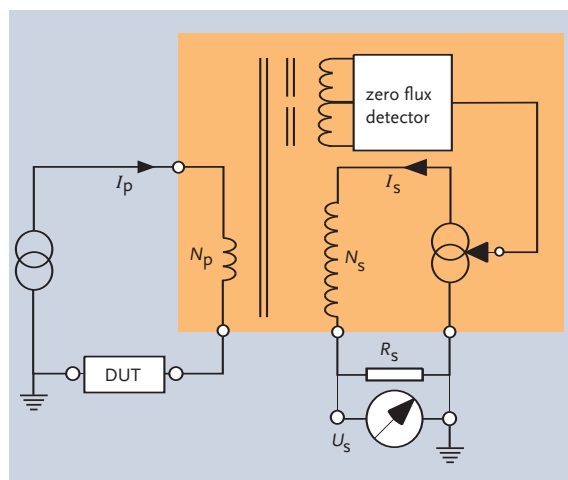
Die elektro-chemische Industrie und Kabelhersteller sind auf rückverfolgbare Kalibrierungen hoher Gleichstromstärken angewiesen. Kalibrierte Leistungskonverter wiederum sind für den Betrieb von Hochstrommagneten notwendig, wie sie in der Medizin und in der Elementarteilchenforschung verwendet werden. METAS ist als eines der wenigen Labors in Europa in der Lage, Stromquellen und -messgeräte bei DC-Stromstärken bis 10 kA mit höchster Genauigkeit zu kalibrieren.

Beat Jeckelmann

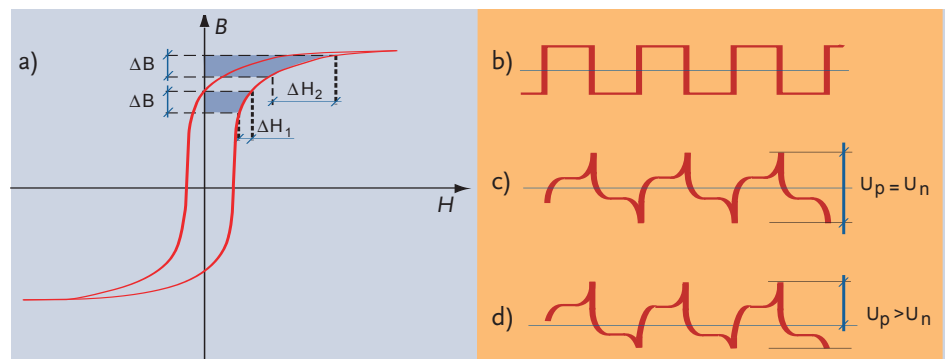
Im Bereich von 1 A bis 10 kA oder höher werden hauptsächlich DC-Stromkomparatoren (Direct Current Current Transformer DCCT) eingesetzt, wenn die Ströme mit der höchstmöglichen Genauigkeit absolut gemessen werden sollen. Mit einem mittleren Aufwand lassen sich Messgenauigkeiten unterhalb 20 $\mu\text{A}/\text{A}$ bei 10 kA erreichen. Messverfahren mit DC-Stromkomparatoren haben jedoch das Potential in sich, um Messunsicherheiten im $\mu\text{A}/\text{A}$ -Bereich zu realisieren. Das Prinzip des DCCT wird in diesem Beitrag kurz dargestellt. Weiter wird am Beispiel des Messaufbaus am METAS gezeigt, wie Strommessungen bis 10 kA rückverfolgbar durchgeführt werden können.

Funktionsweise von DC-Stromkomparatoren

Das Prinzip des DC-Stromkomparators geht auf Kusters (National Research Council, NRC, Kanada) vor 40 Jahren zurück [1-4]. Das Verhältnis zweier Ströme (Illustration 1) wird durch einen Transformator kontrolliert. Primär- und Sekundärwicklung sind um einen toroidförmigen Kern hoher Permeabilität gewickelt. Falls sich der magnetische Fluss im Kern aufhebt, ist das Verhältnis der beiden Ströme exakt bestimmt. Ein Flussdetektor, dessen Ausgangssignal die sekundäre Stromquelle steuert, stellt sicher, dass die Nullflussbedingung erfüllt ist. Dieser Flussdetektor ist die Kernkomponente des DC-Stromkomparators. Er ist in der Lage, ein dem magnetischen Fluss im Kern proportionales Fehlersignal zu



1: Prinzipschema des DC-Stromkomparators: $N_p \cdot I_p = N_s \cdot I_s$.



2: a) Magnetisierungskurve eines Eisenkerns, b) Modulationssignal, c) Magnetisierungssignal ohne DC-Fluss ϕ_{DC} im Kern, d) Magnetisierungssignal mit $\phi_{DC} > 0$.

generieren. Zur Veranschaulichung der Funktionsweise eines solchen Detektors ist in Diagramm 2a die Eigenschaft der Magnetisierungskurve des hochpermeablen Kerns dargestellt. Denkt man sich den Kern bis zu einem Punkt H_1 vormagnetisiert, bewirkt eine Änderung der Flussdichte um ΔB eine Änderung ΔH_1 in der Magnetisierung. Bei einer Vormagnetisierung H_2 , die näher an der Sättigung liegt, bewirkt ΔB ein ΔH_2 , das grösser als ΔH_1 ist. Dieser Ef-

fekt ist umso ausgeprägter, je z-förmiger die Magnetisierungskurve des verwendeten Kerns ist. Diese nicht lineare Eigenschaft des Kerns wird im Flussdetektor ausgenutzt.

Ein Modulationssignal (Diagramm 2b) wird über eine Detektorwicklung an den Kern gelegt. Die Amplitude wird so gewählt, dass der Kern in die Sättigung gelangt. Ist der DC-Fluss im Kern gleich null, ist das Magnetisierungssignal symmetrisch, das heisst $U_p = U_n$

(Diagramm 2c). Bei einem DC-Fluss verschieden von null (Diagramm 2d) wird das Signal asymmetrisch, was einen Anteil von geraden Oberschwingungen im Signal zur Folge hat. Dieser Oberwellenanteil wird gemessen. Wie in Illustration 1 schematisch dargestellt ist, werden zwei Detektorkerne verwendet. Sie sind so angeordnet und gesteuert, dass das Modulationssignal im Primär- bzw. Sekundärkreis unterdrückt ist.

Das Ausgangssignal des Flussdetektors (ca. 1 bis 2 V/(A · turn)) dient in einem Rückkopplungskreis zur Steuerung der sekundären Stromquelle. Die Auflösung des Systems ist durch das magnetische Rauschen des Kerns begrenzt. Ein Wert von ca. 10 µA · turn ist erreichbar, was bei einem Strom von 100 A in einer Windung 0.1 µA/A entspricht.

Systemgrößen von DC-Stromkomparatoren

Bei der Auslegung eines DCCT sind unter anderem der Strom im Sekundärkreis I_s , die Amplitude des Magnetisierungssignals und die Bandbreite des Rückkopplungskreises wichtige Systemgrößen. Bei der Optimierung entsprechend den Anforderungen an die Messeinrichtung kommt der Wahl der sekundären Windungszahl N_s eine grosse Bedeutung zu. Wird N_s gross gewählt, kann I_s und damit der Linearitätsfehler auf Grund der Leistungsabhängigkeit des Lastwiderstandes R_s klein gehalten werden. Andererseits bringt eine hohe Windungszahl eine hohe Induktivität und Streukapazität der Wicklung mit sich, was wiederum die Bandbreite des Regelkreises einengt. In der Praxis liegt deshalb die obere Grenze für N_s typisch bei etwa 8000.

Bauarten von DC-Stromkomparatoren

DCCT Typ 1

Beim DCCT Typ 1 sind die Primär- und Sekundärwicklungen fest vorgegeben und verdrahtet. Der Sekundärstrom wird über einen Referenzwiderstand absolut gemessen. Damit ist auch der Primärstrom absolut bekannt. Der Fehler

des Teilverhältnisses kann bei sorgfältigem Aufbau des Komparators sehr klein gehalten werden. Der Strom im Primärkreis I_p ist gegeben durch

$$I_p = r \frac{U_s}{R_s},$$

wobei r das Windungszahlverhältnis bezeichnet. Es gilt:

$$r = \frac{N_s}{N_p} (1 + \delta_r).$$

δ_r ist der Übersetzungsfehler, der sich im Wesentlichen aus Komponenten zusammensetzt, die durch die nicht ideale Konstruktion des Komparators und die endliche Auflösung des Regelkreises (Stromabhängigkeit) verursacht werden. Der Spannungsabfall U_s über dem Referenzwiderstand setzt sich zusammen aus:

$$U_s = U_{s-m} - U_{s-off} + \delta U_{s-g} = U_{s-m} (1 + \delta_{Us}).$$

Dabei ist U_{s-m} der am verwendeten Voltmeter abgelesene Spannungswert. U_{s-off} ist die Offsetspannung, die durch die Thermospannung der Verkabelung, den Offsetstrom des DCCT und den Offset des Voltmeters verursacht wird. δU_{s-g} schliesslich ist der Gain-Fehler des Voltmeters.

Der Wert des Referenzwiderstandes ist gegeben durch $R_s = R_{s-0} (1 + \delta_{Rs})$. R_{s-0} bezeichnet den Wert des Normal zum Zeitpunkt seiner Kalibrierung bei Nominalbedingungen. Der Term δR_s beinhaltet die Korrekturen, die durch die Drift des Normalen sowie durch seine Abhängigkeit von den Messbedingungen (Temperatur, Messstrom) verursacht werden.

Der Strom I_p kann zur Kalibrierung eines Strommessgerätes (DCCT, Shunt) verwendet werden. Häufig wird beim Prüfling ein dem Prüfstrom proportionaler Spannungsausgang U_x kalibriert und es gilt:

$$\frac{1}{F_x} = \frac{I_p}{U_x} = \frac{N_s}{N_p} \frac{(1 + \delta_r)}{R_{s-0} (1 + \delta_{Rs})} \cdot \frac{U_{s-m} (1 + \delta_{Us})}{U_{x-m} (1 + \delta_{Ux})}.$$

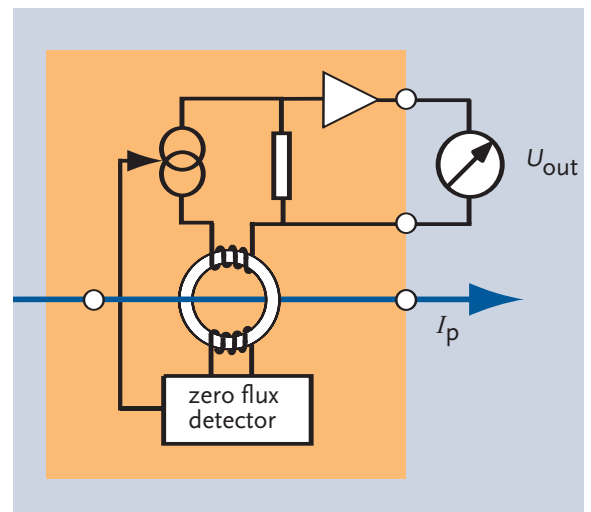
F_x ist die Kalibrierkonstante, das heisst der Widerstandswert im Fall eines

Shunts. Um die Kurzzeitschwankungen der Stromquelle zu unterdrücken, werden die Spannungen U_x und U_s im Normalfall synchron gemessen und das Verhältnis gebildet.

DCCT Typ 2

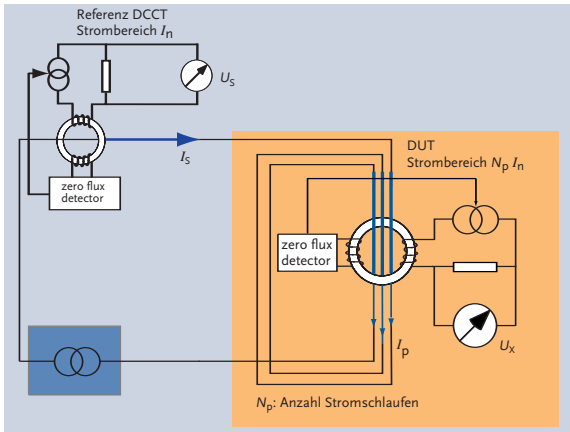
Beim DCCT Typ 2 wird der Primärstrom durch ein externes Kabel direkt durch den Ringkern geführt (Illustration 3). Der Spannungsabfall über dem Lastwiderstand wird verstärkt und die Ausgangsspannung des Messgerätes entspricht typischerweise 10 V bei Nennstrom. Die Ausgangsspannung ist zum Primärstrom proportional. Die Kalibrierkonstante muss bestimmt werden.

Im Vergleich zum DCCT Typ 1 ist dieser Aufbau empfindlicher auf externe Felder, die zum einen von der Rückleitung des Primärstroms erzeugt werden oder in der Umgebung vorhanden sind. Da der Aufbau nicht fest vorgegeben ist, können sich die Einflüsse des

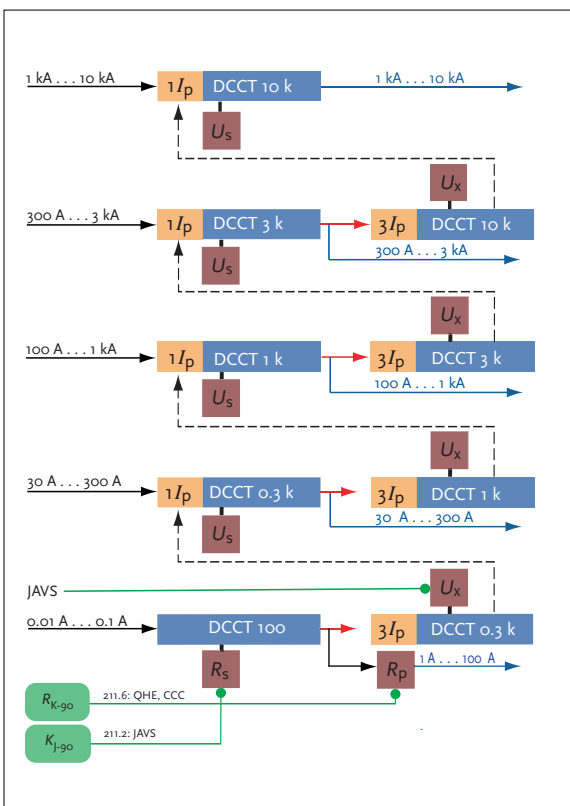


3: Prinzipschema DCCT Typ 2.

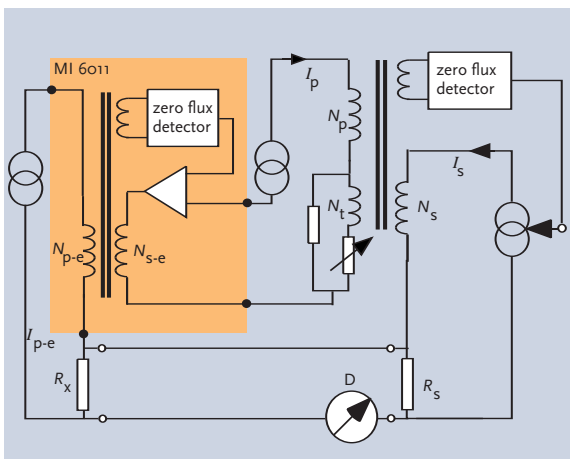
Aufbaus auch mit der Zeit verändern. Neben dem Aufbau muss auch der Leistungsabhängigkeit der verwendeten Komponenten (Lastwiderstand) und der Stabilität des Offsets Beachtung geschenkt werden; die letzten beiden Punkte sind natürlich auch beim DCCT Typ 1 wichtig.



4: Prinzip der Strombereichserweiterung bei der Kalibrierung eines DCCT.



5: Aufbau der Stromskala und ihre Rückverfolgbarkeit am METAS.



6: Messanordnung zur Überprüfung der Übersetzungsgenauigkeit des DCCT 100 (MI 6011).

Illustration 4 zeigt die Messanordnung zur Kalibrierung eines DCCT Typ 2. Ein Referenzstrom wird durch einen bereits kalibrierten DCCT gemessen und durch den Prüfling geschleift. Soll der Prüfling in einem höheren Strombereich als die Referenz kalibriert werden, wird der Primärstrom entsprechend mehrmals (typisch drei- bis viermal) durch den Kern geführt. Auf diese Weise ist auch ein Aufbau der Stromskala zu höheren Strömen möglich. Der Strom im Prüflingskreis ist

$$I_p = N_p I_s = N_p \frac{U_s}{F_s}$$

Dabei ist F_s die Kalibrierkonstante des verwendeten Referenz-DCCT.

Skalierung der Stromstärke von 1 A bis 10 kA am METAS

Der Aufbau der Gleichstromskala von 1 A bis 10 kA, wie er am METAS realisiert wird, ist in Illustration 5 schematisch dargestellt. Ein DCCT (Modell Measurements International 6011, Range Extender) transformiert den Strom von 1 A bis 100 A hinunter auf 0,01 A bis 0,1 A. Der Komparator hat feste Übersetzungsverhältnisse von 10 ($N_p = 100$), 100 ($N_p = 10$) und 1000 ($N_p = 1$). Im Sekundärkreis befindet sich ein Normalwiderstand, der gegen den quantisierten Hall-Widerstand auf der Basis des konventionellen Werts R_{K-90} für die von-Klitzing-Konstante kalibriert ist. Wird der Spannungsabfall am Widerstandsnormale rückverfolgbar auf den Josephson-Effekt gemessen, ist der Sekundärstrom absolut bekannt. Die Überprüfung des Übersetzungsverhältnisses des DCCT erfolgt mit Hilfe eines weiteren kalibrierten Widerstands im Primärkreis.

Mit Hilfe des kalibrierten Stromes kann ein weiterer DCCT bis 300 A (Typ Foeldi MPCT 27.5) kalibriert werden. Dazu wird der Primärstrom dreimal durch den Ringkern geführt. Die Ausgangsspannung des Prüflings (1 V bis 10 V) wird mit einem kalibrierten Voltmeter gemessen. Die weiteren Schritte erfolgen mit DCCT Typ 2, wobei jeweils der nächst höhere Strombereich durch eine Windungszahl $N_p > 1$ erzielt wird.

Eigenschaften der verwendeten DCCT DCCT 100

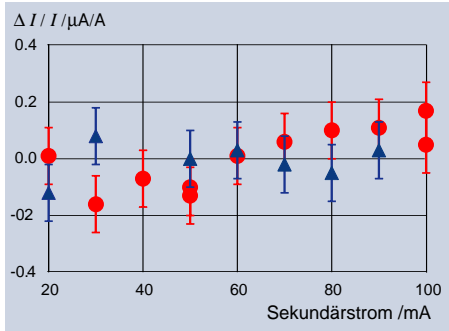
Zur Überprüfung des Übersetzungsverhältnisses des DCCT 100 wird der Stromkomparator als Range Extender für einen Widerstandskomparator betrieben (Illustration 6). Der Widerstandskomparator (Measurements International 6010B) selbst wird vorgängig mit einer Reihe von kalibrierten Widerständen auf dem Genauigkeitsniveau von 0,01 ppm überprüft. Bei einer Messung des Verhältnisses $10 \Omega : 0,1 \Omega$ (Verhältnis 100 des Range Extenders) in dieser Anordnung ist beim METAS-DCCT innerhalb der Messunsicherheit von 0,04 ppm keine Abweichung vom Sollwert feststellbar.

Die hier beschriebene Überprüfung der Übersetzungsgenauigkeit geschieht bei einem Stromwert unterhalb 10 % des Maximalwertes. Für die Kontrolle der Linearität werden zusätzlich die zwei Widerstandsverhältnisse $1 \Omega : 1 \text{ m}\Omega$ und $0,1 \Omega : 1 \text{ m}\Omega$ gemessen. Dabei wird der Strom über den ganzen Bereich variiert. Zu beachten ist, dass in diesem Fall der $1\text{-m}\Omega$ -Widerstand nicht kalibriert sein muss. Er dient nur als Transfornormal.

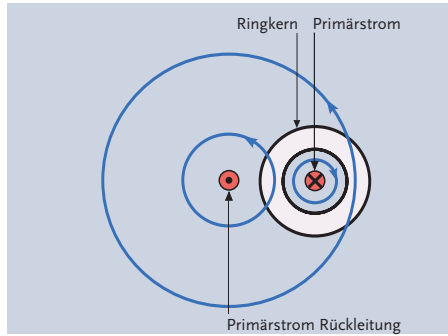
Die in Diagramm 7 dargestellten Messresultate zeigen innerhalb der Messunsicherheit keine Nichtlinearität im abgedeckten Strombereich. Die Resultate stimmen für beide Verhältnisse überein.

DCCT Typ 2

Bei den weiteren Schritten im Aufbau der Stromskala bis 10 kA, bei denen DCCT des Typs 2 verwendet wer-



● = ratio 100; ▲ = ratio 1000
7: Linearitätskurve des DCCT 100.



8: Beeinflussung der Ringkernspule durch die Rückführung des Primärstroms.



9: Messaufbau bei der Kalibrierung des DCCT 1 k.

den, sind eine Reihe von Einflussfaktoren zu beachten: Bedingt durch den offenen Messaufbau (Anordnung des Primärleiters), muss dem Einfluss externer Felder besondere Beachtung geschenkt werden. Die Rückführung des Primärleiters kann, falls sie zu nahe am Kern erfolgt, eine inhomogene Magnetisierung des Kerns bewirken (Illustration 8). Diese ist proportional zum Strom und äussert sich damit in einem Linearitätsfehler.

Ein mechanischer Offset des Primärleiters gegenüber dem Mittelpunkt des Ringkerns hat einen ähnlichen Effekt. Die auf diese Weise verursachten Fehler können klein gehalten werden, wenn die Rückführung in genügend grossem Abstand vom Kern erfolgt und/oder symmetrisch um den Kern erfolgt: Aufspaltung des Stroms in eine gerade Anzahl symmetrisch angeordneter Leiter.

Durch die grosse Fläche, die durch den Primärleiter aufgespannt wird, besteht die Gefahr von «pick-up» und teilweiser Gleichrichtung externer magnetischer Störfelder. Dies wirkt sich in einem Offsetfehler aus. Eine weitere Ursache für Linearitätsfehler stellt die

Leistungsabhängigkeit von Komponenten, vor allem des Lastwiderstandes, im Sekundärkreis dar.

Schliesslich kann auch die Welligkeit der verwendeten Stromquelle ein Problem darstellen. Zwar wird bei der Kalibrierung von DCCT im Normalfall ein Spannungsverhältnis gemessen; Schwankungen der Stromquellen beeinflussen diese Messung in erster Näherung nicht. Dies gilt jedoch nur, wenn die AC-Verstärkungen der beiden DCCT identisch sind.

Messaufbau beeinflusst Kalibrierresultate

Bild 9 zeigt die Kalibrierung des DCCT 1 k (1000 A) mit dem DCCT 0,3 k (300 A) als Referenz. Die dreifache Führung des Primärstroms in der Bohrung des Kerns erfolgt mit einem runden, massiven Kupferleiter, der aus drei voneinander isolierten Segmenten besteht. Zur Abschätzung des Einflusses der Kabelführung wird die Messung bei veränderter geometrischer Anordnung wiederholt. Die Rückführung des Primärleiters erfolgt in grossem Abstand vom Ringkern. Zudem wird darauf geachtet, dass keine magnetisierbaren

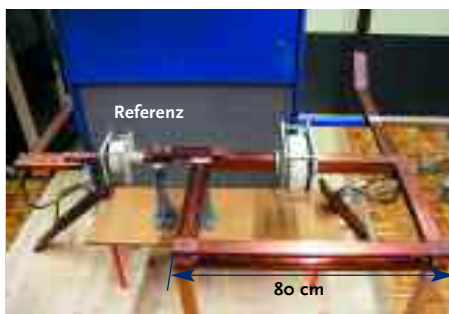
Teile in der Nähe des Kerns aufgestellt werden. Zur Kontrolle wird beispielsweise eine Messung bei 300 A mit nur einer Stromschleife im DCCT 1 k wiederholt.

Bild 10 zeigt den Messaufbau bei der Kalibrierung des DCCT 10 k mit dem DCCT 3 k als Referenz. Die Stromzuführungen werden durch einen Kühlwasserkreislauf vor Überhitzung geschützt. Diagramm 11 stellt die Linearität des DCCT 10 k als Funktion des Primärstroms dar. Die relative Abweichung vom Sollwert beträgt in diesem Beispiel maximal 3 ppm. Zur Abschätzung des Einflusses der Messanordnung werden die Messungen bei geänderter geometrischer Anordnung wiederholt. Beispielsweise wird die Position des DCCT 10 k gegenüber der Schlaufe der Primärleiter verändert. In einem weiteren Versuch wird der DCCT um seine Achse rotiert. Innerhalb der Messunsicherheit können beim Aufbau am METAS keine Veränderungen festgestellt werden.

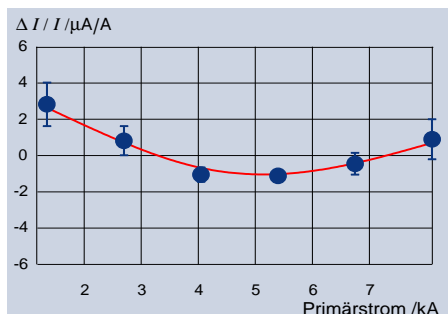
Messunsicherheiten im ppm-Bereich

In Tabelle 12 sind die wichtigsten Unsicherheitskomponenten bei der internen Kalibrierung von DCCT für den Aufbau der Stromskala in den verschiedenen Strombereichen zusammengestellt:

Spannungsmessung: Weil Spannungsverhältnisse gemessen werden, spielt die absolute Kalibrierung der Voltmeter (im Prinzip) keine Rolle. Die Angaben beinhalten die Linearität des verwendeten Voltmeters und die Kurzzeitstabilität des Verstärkungsfaktors.



10: Messaufbau bei der Kalibrierung des DCCT 10 k.



11: Linearitätskurve des Stromkomparators DCCT 10 k.

| Einflussgrößen | Relative Standardunsicherheiten / $\mu\text{A}/\text{A}$ Bereiche | | | | |
|--|---|------------------|----------|-----------|-----------|
| | 100 A | 300 A | 1 kA | 3 kA | 10 kA |
| Referenzwiderstand | 0.3 | - | - | - | - |
| Spannungsmessung: Voltmeter | 0.9 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| Spannungsmessung: Reproduzierbarkeit | 0.5 | 0.8 | 1.0 | 1.0 | 1.6 |
| Referenz-DCCT: Kalibrierkonstante | - | 0.8 | 2.0 | 2.0 | 2.0 |
| Referenz-DCCT: Linearität | 0.13 | 2.0 | 2.0 | 5.0 | 5.0 |
| Referenz-DCCT: Einfluss Aufbau | - | 2.0 | 2.0 | 5.0 | 5.0 |
| | Festanteile | | | | |
| Offsetstabilität DUT und Referenz | 0.5 μA | 30 μA | 0.7 mA | 5 mA | 7 mA |
| U-95-Bereichsendwert /$\mu\text{A}/\text{A}$ | 2 | 6 | 8 | 15 | 16 |

12: Messunsicherheiten.

Die Kurzzeitstabilität der DCCT im Messkreis ist in der Angabe für die Reproduzierbarkeit der Spannung enthalten.

DCCT: Die Angaben zur Kurzzeitstabilität der Kalibrierkonstanten enthalten auch die durch Temperaturänderungen oder Lasteffekte verursachten Komponenten.

Offset: Die Offsetspannung des DCCT wird gemessen und in Abzug gebracht. Die Angabe bezieht sich auf die Stabilität dieser Offsetspannung wäh-

rend einer typischen Kalibriermessung. Die letzte Zeile in der Tabelle zeigt die erweiterten Unsicherheiten für den jeweiligen Bereichsendwert.

Referenzen

- [1] N. L. Kusters, W. J. M. Moore, P. N. Miljanic: A current comparator for precision measurements of DC ratios, Communications and Electronics, Vol. 70 (1964), pp. 22-27.
- [2] M. P. Mac Martin, N. L. Kusters: A self-balancing direct current comparator for 20 000 ampere, IEEE Trans. Magnetics,

- Vol. MAG-1, No. 4 (1965), pp. 396-402.
- [3] M. P. Mac Martin, N. L. Kusters: A direct current comparator ratio bridge for four-terminal resistance measurements, IEEE. Trans. Instrum. Meas., Vol. IM-15 (1966), pp. 212-220.
- [4] W. J. M. Moore, P. N. Miljanic: The current comparator, Peter Peregrinus Ltd., 1988.
- [5] G. Fernqvist, B. Halvarsson, J. Pett, J. Pickering: A novel current calibration system up to 20 kA, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 52, No. 2 (2003), pp. 445-448.



Dr. Beat Jeckelmann, Sektionschef Elektrizität, Akustik und Zeit, Telefon +41 31 32 33 297, beat.jeckelmann@metas.ch

Mesures de courant continu jusqu'à 20 kA avec une exactitude de l'ordre du ppm

L'industrie électro-chimique et les fabricants de câbles comptent sur la traçabilité des étalonnages de courants continus élevés qu'ils effectuent.

D'autre part, l'exploitation d'aimants à courant fort, utilisés en médecine et dans la recherche sur les particules élémentaires, nécessitent des convertisseurs de puissance étalonnés. METAS est l'un des rares laboratoires européens capables d'étalonner avec très haute précision des sources et des instruments de mesure de courant jusqu'à 10 kA.

Dans la plage de 1 A à 10 kA ou plus, on utilise principalement des comparateurs de courant continu (Direct Current Current Transformer DCCT) si les courants doivent être mesurés en absolu avec la plus grande exactitude possible. Un effort raisonnable permet d'atteindre des exactitudes de mesure meilleures que 20 $\mu\text{A}/\text{A}$ à 10 kA. Le principe du DCCT est brièvement exposé dans cet article. L'exemple du dispositif de mesure de METAS montre comment réaliser des mesures de courant jusqu'à 10 kA en garantissant la traçabilité.

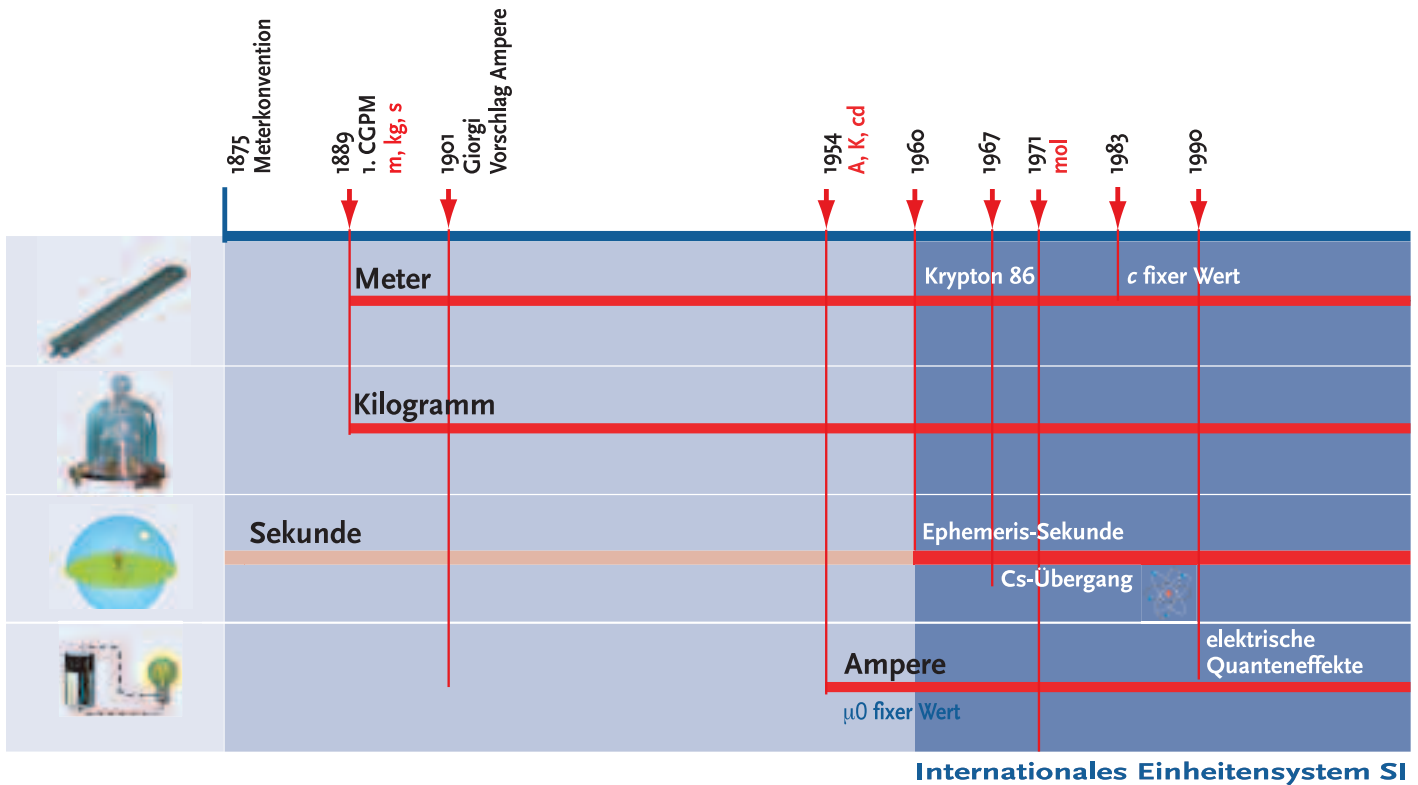
Accuratezza delle misurazioni della corrente continua fino a 20 kA in campo ppm

Per l'industria elettrochimica e i fabbricanti di cavi elettrici è molto importante che le tarature di corrente continua elevata siano riferibili. D'altro canto, i convertitori di potenza tarati sono necessari per il funzionamento di magneti ad alto amperaggio utilizzati in medicina e nella ricerca sulle particelle elementari. Il METAS è uno dei pochi laboratori in Europa in grado di tarare con la massima accuratezza apparecchi generatori e misuratori di corrente per DC fino a 10 kA.

Nel campo da 1 A fino a 10 kA e oltre, quando le correnti devono essere misurate in modo assoluto con la massima accuratezza possibile, sono utilizzati principalmente comparatori di corrente DC (Direct Current Current Transformer, DCCT). Con un dispendio di media portata è possibile ottenere un'accuratezza di misurazione inferiore a 20 $\mu\text{A}/\text{A}$ a 10 kA. Il principio del DCCT è spiegato in breve nel presente articolo. Prendendo ad esempio il dispositivo di misurazione del METAS, è inoltre illustrato come le misurazioni di correnti fino a 10 kA possono essere eseguite in modo riferibile.

Accuracy of direct current measurements up to 20 kA in the ppm range

The electrochemical industry and cable manufacturers rely upon traceable calibrations of high DC currents. Calibrated power converters are also essential for the operation of high-current magnets, as are employed in medicine and elementary particle research. METAS is one of the few laboratories in Europe that is equipped to perform highly accurate calibrations of current sources and measuring instruments for DC up to 10 kA. Direct Current Current Transformers (DCCT) are mainly applied within the range of 1 A to 10 kA or higher, when the currents are to be measured to the absolutely highest accuracy possible. Measurement accuracy below 20 $\mu\text{A}/\text{A}$ at 10 kA can be achieved with relatively moderate effort. The principle of DCCT is described briefly in this article. Furthermore, the measurement facility at METAS illustrates how it is possible to perform traceable electrical measurements up to 10 kA.



Internationales Einheitensystem SI

2: Zeitliche Entwicklung des SI: Die senkrechten roten Pfeile markieren die Zeitpunkte der Einführung oder der Neudefinition der Basiseinheiten durch die Generalkonferenz für Mass und Gewicht (CGPM).

dians definiert. Zur Bestimmung der neuen Längeneinheit wurde die Distanz zwischen Dünkirchen und Barcelona geodätisch vermessen. Für die Masseneinheit, die zunächst mit Grave benannt wurde, wählte man die Masse eines Kubikdezimeters Wasser. Später änderte man den Namen zu Kilogramm und 1799 wurde schliesslich das Kilogramm durch die Masse eines Platinzylinders definiert, die einem Kubikdezimeter Wasser bei grösster Dichte (4 °C) entsprach. Der aus der Vermessung des Erdumfangs abgeleitete Meter wurde auf einen quaderförmigen Platinstab übertragen. Die neuen Urmasse wurden am 22. Juni 1799 in das Archiv der Republik in Paris überführt. Dieses Ereignis kann als erster Schritt in der Entwicklung des heutigen Internationalen Einheitensystems angesehen werden.

Einführung des CGS-Systems

1832 setzte sich Gauss stark für die Anwendung des metrischen Systems in der Physik ein. Er führte ein Einheitensystem, basierend auf dem Millimeter, dem Gramm und der in der Astronomie definierten Sekunde, ein. Gauss und Weber erweiterten das System später auf elektrische Einheiten. In den 1860er-Jahren entwickelten Maxwell

und Thomson das Konzept für ein kohärentes Einheitensystem mit Basiseinheiten und abgeleiteten Einheiten, das schliesslich 1874 zu einem System, basierend auf den drei mechanischen Einheiten Zentimeter, Gramm und Sekunde, dem sogenannten CGS-System, führte. Der Begriff «kohärent» bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die abgeleiteten Einheiten durch Multiplikation und Division von den Basiseinheiten abgeleitet werden ohne die Verwendung zusätzlicher Zahlenfaktoren. Für lange Zeit danach basierte die Entwicklung der experimentellen Physik auf diesem System.

In der Elektrizität fand das CGS-System zunächst jedoch noch nicht grossen Anklang, weil die kohärent abgeleiteten elektrischen CGS-Einheiten als unpraktisch empfunden wurden. Aus diesem Grund kam es in den 1880er-Jahren zur Definition von praktischen elektrischen Einheiten.

Vom MKS zum SI-Einheitensystem

Parallel zur Entwicklung in der Physik setzte sich in Frankreich das metrische System mit Kilogramm und Meter im Alltag erst ab 1840 richtig durch. Andere Länder, darunter auch die Schweiz, schlossen sich nach und nach dem französischen System an und verein-

barten schliesslich im Jahr 1875 in der Meterkonvention die Einführung der metrischen Masse. Es wurden neue Prototypen für den Meter und das Kilogramm aus einer Platin-Iridium-Legierung hergestellt. Diese neuen, als Internationale Prototypen bezeichneten Normale wurden 1889 von der 1. Generalkonferenz für Mass und Gewicht (Conférence Générale des Poids et Mesures, CGPM) offiziell angenommen. Zusammen mit der Sekunde bildeten diese Einheiten ein System mit drei Basiseinheiten, das so genannte MKS-System.

1901 zeigte Giorgi eine Möglichkeit auf, das MKS-System mit den praktischen elektrischen Einheiten zu verbinden. Er schlug ein kohärentes System vor, das nebst den mechanischen Basiseinheiten m, kg und s eine zusätzliche Basiseinheit elektrischer Natur, das Ampere oder das Ohm, umfasste.

Es dauerte bis in die 1920er-Jahre, bis Giorgis Vorschlag auch in den Gremien der Meterkonvention und in anderen internationalen Organisationen diskutiert wurde. 1939 schlug das Konsultativkomitee für Elektrizität (CCE), ein Fachgremium unter der Meterkonvention, ein erweitertes Einheitensystem mit dem Ampere als zusätzlicher

Basiseinheit, das MKSA-System, vor. Erst 1954 wurde das Ampere schliesslich zusammen mit dem Kelvin als Basiseinheit für die thermodynamische Temperatur und der Candela für die Lichtstärke von der 10. CGPM offiziell eingeführt.

Den heute noch gültigen Name «Internationales Einheitensystem (SI)» führte die 11. CGPM im Jahr 1960 ein. 1971 schliesslich definierte die 14. CGPM das Mol als Einheit für die Stoffmenge und erhöhte damit die Zahl der Basiseinheiten im SI auf sieben.

Die wichtigsten Meilensteine bei der Entwicklung des SI sind in Illustration 2 dargestellt. Für weitere Informationen sei auf Referenz [1] verwiesen, die als Grundlage für die hier wiedergegebene Zusammenfassung diente.

Die Meterkonvention und das SI

Die Meterkonvention ist ein Staatsvertrag [2], der 1875 in Paris von Vertretern aus 17 Staaten (darunter die Schweiz) unterzeichnet wurde. Mit dem Vertrag wurde das Internationale Büro für Mass und Gewicht (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM) bei Sèvres in Paris gegründet und seine Mission und Finanzierung festgelegt. Mit der Meterkonvention wurde eine permanente organisatorische Struktur geschaffen, die es den Mitgliedstaaten erlaubt, in allen die Masseinheiten betreffenden Angelegenheiten gemeinsam zu handeln. Die Generalkonferenz für Mass und Gewicht, das oberste Organ unter der Konvention, beschliesst insbesondere auf Antrag des Internationalen Komitees für Mass und Gewicht und seiner beratenden Organe die Änderungen im Internationalen Einheitensystem und legt die Entwicklungsschwerpunkte fest. Heute umfasst die Meterkonvention 51 Mitgliedstaaten. Die Organe der Konvention und ihre Aufgaben sind in Illustration 4 dargestellt.

Aufbau des Internationalen Einheitensystems

Basiseinheiten und abgeleitete Einheiten
Messen heisst, den Wert einer Grösse durch Vergleich mit einem Massstab bzw. einer Einheit festlegen. Eine Mes-

| Einheit | Symbol | Definition |
|------------------|------------|--|
| Meter | m | Der Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer $1/299\,792\,458$ Sekunde durchläuft. |
| Kilogramm | kg | Das Kilogramm ist gleich der Masse des Internationalen Kilogramm-Prototyps. |
| Sekunde | s | Die Sekunde ist das $9\,192\,631\,770$ -fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung. |
| Ampere | A | Das Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen elektrischen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fliessend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde. |
| Kelvin | K | Das Kelvin ist der $273,16$ te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes von Wasser. |
| Mol | mol | Das Mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebenso vielen Einzelteilchen besteht, wie Atome in $0,012$ Kilogramm des Nuklids ^{12}C enthalten sind. Bei Verwendung des Mols müssen die Einzelteilchen spezifiziert sein und können Atome, Moleküle, Ionen, Elektronen sowie andere Teilchen oder Gruppen solcher Teilchen genau angegebener Zusammensetzung sein. |
| Candela | cd | Die Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz 540×10^{12} Hertz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung $1/683$ Watt pro Steradian beträgt. |

3: Definition der Basiseinheiten im SI.



4: Organe der Meterkonvention und ihre Aufgaben.

sung kann demnach nicht genauer sein als die benutzte Einheit. Messresultate sind nur vergleichbar, wenn das Verhältnis der für die Messungen verwendeten Einheiten bekannt ist. Wir sind uns gewohnt, Resultate einer Messung z. B. in der folgenden Form aufzuschreiben: $L = 12 \text{ m}$; $T = 22 \text{ }^\circ\text{C}$, $m = 2 \text{ kg}$.

Die Symbole auf der linken Seite der Gleichungen bezeichnen die Messgrössen (Länge, Temperatur und Mas-

se in unserem Beispiel). Die Werte von Grössen werden als Produkt eines numerischen Wertes mit einer Einheit (Meter, Grad Celsius und Kilogramm im Beispiel) angegeben. Es gibt Konventionen für die Wahl der Symbole und ihre Schreibweise.

Physikalische Grössen sind abstrakte Begriffe, die eingeführt werden, um physikalische Sachverhalte zu beschreiben. Physikalische Theorien be-

schreiben die Eigenschaften von Grössen und ihre Beziehung untereinander. Ein Einheitensystem legt – unter Berücksichtigung der physikalischen Sachverhalte – einen Satz von Einheiten fest, damit alle in der Naturwissenschaft und Technik verwendeten Grössen widerspruchsfrei gemessen werden können. Eine Einführung in die Thematik der Grössen, Einheiten und Einheitensysteme ist z. B. in Referenz [3] zu finden.

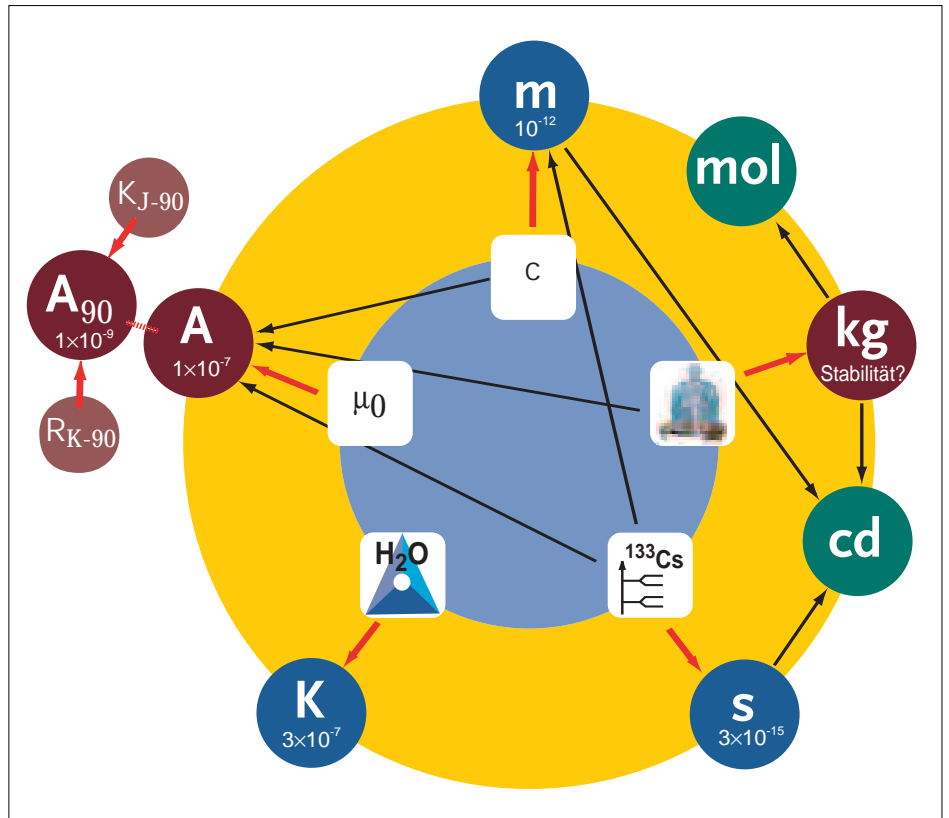
Im SI gibt es zwei Klassen von Einheiten: die Basiseinheiten und die abgeleiteten Einheiten. Die Unterscheidung geschieht eher nach praktischen Erwägungen und folgt nicht ausschliesslich physikalischen Gesetzmässigkeiten. Die Basiseinheiten haben die Eigenschaft, dass ihre Grösse willkürlich festgelegt wird. Im SI gibt es sieben Basiseinheiten:

- der Meter (Symbol m, Einheit der Länge),
- das Kilogramm (kg, Masse),
- die Sekunde (s, Zeitintervall),
- das Ampere (A, elektrische Stromstärke),
- das Kelvin (K, Temperatur),
- das Mol (mol, Stoffmenge),
- die Candela (cd, Lichtstärke).

Die abgeleiteten Einheiten werden entsprechend den algebraischen Beziehungen zwischen den betroffenen Grössen durch Kombinationen von Basiseinheiten definiert (z. B. Geschwindigkeit $v = L / t$; Einheit: m/s). Häufig verwendete abgeleitete Einheiten wurden mit eigenen Namen versehen. So wird z. B. die im SI die abgeleitete Kraft-Einheit = 1 kg m/s² mit Newton (Symbol N) bezeichnet. Eine wichtige Eigenschaft der abgeleiteten Einheiten ist ihre Kohärenz, das heisst, dass sämtliche abgeleiteten Einheiten durch eine Kombination von Basiseinheiten zu Stande kommen, in denen nur der Zahlenfaktor 1 vorkommt.

Definitionen der Basiseinheiten

In Tabelle 3 sind die heute aktuellen Definitionen der Basiseinheiten im SI aufgeführt. Bei einer näheren Betrachtung fällt auf, dass sich die Definitionen in drei verschiedene Klassen einteilen lassen:



5: Aufbau des SI: Im inneren Kreis sind die Festlegungen dargestellt, die den Einheitendefinitionen zu Grunde liegen (im Uhrzeigersinn: Kg-Artefakt, Frequenz eines Hyperfeinübergangs im Cs-Atom, Tripelpunkt von Wasser, magnetische Feldkonstante, Lichtgeschwindigkeit). Auf dem äusseren Kreis sind die sieben Basiseinheiten aufgeführt. Die Zahlenwerte bei den Basiseinheiten geben die relative Unsicherheit an, die bei der Realisierung der entsprechenden Basiseinheit erreicht wird. Die elektrischen Einheiten werden seit 1990 durch «praktische» elektrische Einheiten dargestellt. Sie sind gekennzeichnet durch den Index 90 und basieren auf den durch Konvention festgelegten Werten für die von-Klitzing-Konstante R_K und die Josephson-Konstante K_J (Kasten 6).

Ein geeignetes Artefakt wird als Einheitenrealisierung für die gewünschte Grösse ausgewählt. Im heutigen SI ist nur noch das Kilogramm auf diese Weise definiert: Das Kilogramm ist gleich der Masse des Internationalen Kilogramm-Prototyps, eines Zylinders aus einer Platin-Iridium-Legierung, der am BIPM in Paris aufbewahrt wird. Diese Definition hat offensichtlich einen lokalen Charakter. Die Einheit ist nur an einem Ort, dem BIPM, verfügbar. Die Weitergabe der Einheit geschieht durch Vergleich mit dem Urnormal, die Genauigkeit ist damit durch die Genauigkeit der Vergleichsmethode beschränkt. Da das Urkilogramm ein makroskopischer Körper mit einer instabilen Oberfläche ist, ist die zeitliche Entwicklung der Einheit nicht genau bekannt. Dies ist der grösste Nachteil dieser Definition.

Die Einheitenrealisierung kann auch auf der Basis eines geeigneten physikalischen Prozesses erfolgen. So ist die

Sekunde über die Periodendauer der Strahlung eines atomaren Übergangs im Cäsiumatom definiert. Für die Realisierung der Temperatureinheit Kelvin stützt man sich auf die Tatsache, dass die thermodynamische Temperatur des Wassers beim Tripelpunkt einen stabilen, von Umgebungseinflüssen unabhängigen Wert einnimmt. Der Tripelpunkt ist der Zustand, bei dem alle drei Phasen des Wassers (fest, flüssig und gasförmig) miteinander im Gleichgewicht sind. Die auf diese Weise abgestützten Einheitenrealisierungen haben einen universellen Charakter. Das heisst, die Einheiten sind überall und zu jeder Zeit realisierbar. Alle Cs-Atome haben die gleichen Eigenschaften, die sich in der Zeit nicht ändern. Die Genauigkeit der Einheitenrealisierung ist durch den gewählten physikalischen Prozess selbst beschränkt.

Einheiten können schliesslich auch auf Naturkonstanten abgestützt werden. Diese treten auch als Proportio-

Bemerkung zu den elektrischen Einheiten im SI

Seit einiger Zeit sind quantenmechanische Effekte bekannt, mit deren Hilfe hoch stabile elektrische Normale realisiert werden können. So können, basierend auf Josephson- und Quanten-Hall-Effekten, Spannungs- und Widerstandsmessungen mit einer Reproduzierbarkeit von 10^{-9} durchgeführt werden. Dabei ist die Spannung des Josephsonnormals umgekehrt proportional zur Josephson-Konstanten $K_J = 2e/h$. Der quantisierte Hall Widerstand ist proportional zu $R_K = h/e^2$. Josephson- und Quantennormal sind damit direkt auf die elektrische Elementarladung e und die Planck'sche Konstante h rückverfolgbar. K_J und R_K können im SI mit einer relativen Unsicherheit um 10^{-7} bestimmt werden. Das ist etwa 100 mal schlechter als die Reproduzierbarkeit der

Quanteneffekte im Labor. Dieser Umstand hat dazu geführt, dass das Internationale Komitee für Mass und Gewicht auf den 1.1.1990 durch Konvention festgelegte Werte K_{J-90} und R_{K-90} eingeführt hat:

$$K_{J-90} = 483\,597.9 \text{ GHz V}^{-1}$$

$$R_{K-90} = 25\,812.807 \, \Omega$$

Aus der Analyse aller für die Festlegung benutzten Messresultate ergab sich ein Wert von 2×10^{-7} für die relative Unsicherheit R_K im SI und von 4×10^{-7} für K_J . Die durch Konvention festgelegten Werte haben zu einer weltweiten Vereinheitlichung und Verbesserung der elektrischen Kalibrierresultate geführt. Die im Vergleich zur Reproduzierbarkeit grosse Unsicherheit der Konstanten im SI fällt nur dort ins Gewicht, wo elektrische Einheiten mit mechanischen verknüpft werden.

eher unpraktisch und seine Einführung hätte daher kaum Chancen.

Umgekehrt lässt sich auch die Zahl der Basiseinheiten erhöhen. Betrachten wir dazu als Beispiel die Messung des Volumens eines Würfels mit der Seitenlänge l . Es gilt: $V = l^3$.

Die Seitenlänge wird in Metern gemessen und die abgeleitete Einheit des Volumens ist m^3 . Allgemeiner können wir unsere Beziehung zwischen Seitenlänge des Würfels und Volumen auch darstellen als $V = k \cdot l^3$.

Im SI ist die neu eingeführte Proportionalitätskonstante $k = 1$. Wir könnten uns jetzt aus praktischen Gründen entscheiden, eine neue Basiseinheit für das Volumen einzuführen, die wir mit «Fass» (Formelzeichen f) bezeichnen. Die Definition der Einheit könnte lauten: «Ein Fass ist das Volumen, das dem eines Würfels mit der Seitenlänge 0.54 m entspricht». Damit gilt:

$$k = \frac{1}{0.54^3} \frac{f}{\text{m}^3}$$

Mit einer solchen Festlegung der Proportionalitätskonstanten k ordnen wir der neuen Volumeneinheit eine eigene Dimension zu. Eine solche Erweiterung macht natürlich nur Sinn, wenn dazu eine praktische Notwendigkeit besteht. Dies ist für das vorliegende Beispiel kaum der Fall, es soll nur das Prinzip erläutern. Wir könnten als weitere Alternative ein ausgewähltes Volumenartefakt für die Definition der neuen Basiseinheit beziehen (analog kg-Definition). In diesem Fall müsste die Konstante k experimentell ermittelt werden und wäre mit einer Unsicherheit behaftet. Dies zeigt auch, dass bei der Definition einer Basiseinheit, wenn immer möglich, eine Proportionalitätskonstante festgelegt werden sollte, die physikalische Grössen in einer Gleichung miteinander in Beziehung setzt. Genau dies geschieht, wie im letzten Abschnitt erläutert, bei der Abstützung einer Einheit auf eine Naturkonstante.

Künftige Entwicklungen

Wie in den letzten hundert Jahren wird sich das SI auch in Zukunft entsprechend dem Stand von Wissenschaft und Technik und gemäss den Bedürfnissen der Gesellschaft weiter entwi-

6. Elektrische Einheiten.

nalitätskonstanten bzw. quantitative Verknüpfungspunkte in den physikalischen Theorien auf. Es handelt sich hier um «natürliche» Einheiten; sie bieten sich in idealer Weise auch als Grundlage für die Festlegung von SI-Einheiten an. Zur Zeit sind der Meter und das Ampere Beispiele für diese Einheitenklasse. Die Meterdefinition ordnet der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum einen festen Wert zu. Im Fall der Amperedefinition wird die magnetische Permeabilität des Vakuums festgelegt. Basiseinheiten dieses Typs haben universellen Charakter wie die des Typs 2. Sie sind jedoch nicht an bestimmte physikalische Systeme gebunden, was eine steige Verbesserung der Realisierung mit dem Fortschritt der Physik erlaubt.

Im heutigen SI sind noch alle drei Einheitentypen vorhanden (Illustration 5). Der Trend in Richtung eines Systems, in dem alle Basiseinheiten auf Naturkonstanten abstützen, ist jedoch klar ersichtlich.

Wie viele Basiseinheiten braucht es?

Die Wahl und die Anzahl der Basiseinheiten in einem Einheitensystem sind willkürlich. Im Prinzip könnten wir ein System aufbauen, das mit einer einzigen dimensionsbehafteten Basiseinheit auskommt. Umgekehrt könnten wir

den sieben Basiseinheiten des SI weitere hinzufügen. Diese Aussagen sollen an zwei einfachen Beispielen erläutert werden.

Elektromagnetische Strahlung pflanzt sich im Vakuum mit der konstanten Lichtgeschwindigkeit c fort. Dabei steht jede durch die Strahlung zurückgelegte Strecke mit einem Zeitintervall t durch folgende einfache Gleichung in Beziehung: $l = c \cdot t$.

Im SI basiert die Meterdefinition auf dieser Gesetzmässigkeit. In der Definition wird der Lichtgeschwindigkeit ein fixer Wert von 299 792 458 m/s zugeordnet. Damit werden der Meter als Längeneinheit und die Dimension Länge definiert und eingeführt. Genau so gut könnten wir uns entscheiden, der Lichtgeschwindigkeit den fixen dimensionslosen Wert $c = 1$ zuzuordnen. Damit hätten Länge und Zeit dieselbe Dimension. Unser geändertes System kommt damit mit einer Basiseinheit weniger aus als das SI. Länge wird in Sekunden gemessen, d. h. in Anzahl Zeiteinheiten, die das Licht im Vakuum braucht, um die zu messende Strecke zurückzulegen. Diese Betrachtungsweise ist für Astronomen nicht aussergewöhnlich, messen sie doch häufig Distanzen im Universum in Lichtjahren. Für den Gebrauch im täglichen Leben wäre das reduzierte System jedoch

ckeln. Neue Entdeckungen und Fortschritte in der Wissenschaft werden verbesserte Einheitendefinitionen und -realisierungen möglich machen. Andererseits sind es oft auch die Verbesserungen im Einheitensystem, die zu einer verbesserten Messtechnik und damit zu Fortschritten in Technik und Wissenschaft führen.

Ein Thema, das die Metrologen gegenwärtig stark beschäftigt, ist die Suche nach einer verbesserten Definition des Kilogramms. Die Einheit der Masse ist die letzte Basiseinheit im SI, die immer noch auf einem Artefakt, dem Kilogramm-Prototyp, beruht. Die Hauptprobleme dieser Definition sind die begrenzte Stabilität dieses Artefakts und seine eingeschränkte Verfügbarkeit. Das kg hat sich aber bis heute allen Bemühungen nach einer Definition auf der Ba-

sis von Naturkonstanten widersetzt, weil die dazu notwendigen Experimente extrem schwierig sind. Als Vorbereitung für eine künftige Neudefinition sind Experimente notwendig, die das kg mit einer relativen Genauigkeit von besser als 10^{-8} mit einer Naturkonstanten in Beziehung setzen. Zurzeit sind mehrere Experimente, darunter eines am METAS, im Gang, die das Potential haben, dieses Genauigkeitsziel in absehbarer Zukunft erreichen zu können.

Daneben ist auch eine Neudefinition der Temperatureinheit, basierend auf einer Naturkonstante, in Reichweite. Und auch auf dem Gebiet der Frequenzmessung machen neuste Entwicklungen der bestehenden Sekundenrealisierung Konkurrenz, obwohl die Sekunde heute die mit Abstand am genauesten realisierte Einheit des SI ist.

Referenzen

- [1] The International System of Units, BIPM, 7th edition, 1998.
- [2] Systematische Sammlung des Bundesrechts, SR 0.941.291, (www.admin.ch/ch/d/sr/co_941_291.html).
- [3] U. Feller, Über Grössen, Einheiten und Einheitensysteme, OFMETInfo, Vol. 5, Nr. 1 und Nr. 3, 1998.



Dr. Beat Jeckelmann, Sektionschef Elektrizität, Akustik und Zeit, Telefon +41 31 32 33 297, beat.jeckelmann@metas.ch

Développement du Système international d'unités

Les origines de l'actuel Système international d'unités (SI) remontent à la Convention du mètre de 1875. Le SI est aujourd'hui obligatoire dans presque tous les pays industrialisés. Il permet de mesurer avec l'exactitude atteignable dans l'état actuel de la technique. Les résultats de mesure exprimés en unités SI sont comparables, même si de longs intervalles séparent deux mesures. Des étalons prototypes de la Convention du mètre aux définitions modernes des unités basées sur des constantes naturelles, le développement continu du SI reflète les progrès fulgurants de la science et de la technique.

Sviluppo del sistema unitario internazionale

L'attuale sistema unitario internazionale (SI), oggi introdotto con effetto vincolante in tutti i Paesi industrializzati, affonda le sue radici nella Convenzione del Metro del 1875. Il SI permette di effettuare misurazioni con l'accuratezza raggiungibile secondo l'attuale stato della tecnica. I risultati di misurazione espressi in unità SI sono comparabili, anche se tra una misurazione e l'altra intercorre un lungo lasso di tempo. Il costante sviluppo del SI, che va dai prototipi campioni della Convenzione del Metro fino alle moderne definizioni unitarie basate su costanti naturali, riflette i rapidi progressi conseguiti nel campo della scienza e della tecnica.

Development of the International System of Units

The roots of today's International System of Units (SI) date back to the Meter Convention of 1875. The SI has now been introduced legally in most industrial nations. It enables measurements to an accuracy corresponding to the current level of technology. Measurement results issued in SI are comparable, even if longer periods of time lie between the two measurements. The continuous development of the SI, starting with the standard prototypes of the Meter Convention to the modern definitions of units based on universal constants, reflects the rapid progress in science and technology.